باسمه تعالی

دانشگاه یاسوج **کلید میانترم درس هیدرولیک پیشرفته** **پاییز 1395**

1- نشان دهید که عمق بحرانی در یک کانال با مقطع سهمی از این رابطه: $y_c = \left[\frac{Q^2}{g}\frac{(m+1)^3}{4k^2}\right]^{\frac{1}{2m+3}}$ به دست می‌آید که در آن با فرض $y = ax^n$ داریم $m = 1/n$, $k = (1/a)^m$ 20 نمره

جواب:

$$T = 2x$$

$$A = 2xy - \int_{-x}^{x} ax^n dx = 2xy - 2a\int_0^x x^n dx = 2xy - 2a\frac{x^{n+1}}{n+1} = 2xy - 2x\frac{y}{n+1}$$

$$A = 2xy\left[1 - \frac{1}{n+1}\right] = 2xy\frac{n+1-1}{n+1} = 2xy\frac{n}{n+1}$$

$$y = ax^n \Rightarrow x^n = \frac{y}{a} \Rightarrow x = \left(\frac{y}{a}\right)^{\frac{1}{n}} \Rightarrow x^2 = \left(\frac{y}{a}\right)^{\frac{2}{n}} = \left(\frac{y}{a}\right)^{2m}$$

$$\frac{Q^2T}{gA^3} = 1 \Rightarrow \frac{Q^2}{g}(2x)\frac{(n+1)^3}{2^3x^3y^3n^3} = 1 \Rightarrow \frac{Q^2}{g}\frac{\left(1+\frac{1}{n}\right)^3}{4x^2y^3} = 1 \Rightarrow \frac{Q^2}{g}\frac{(1+m)^3}{4\left(\frac{y}{a}\right)^{2m}y^3} = 1$$

$$\Rightarrow {y_c}^{2m+3} = \frac{Q^2}{g}\frac{(1+m)^3}{4\left(\frac{1}{a}\right)^{2m}} = \frac{Q^2}{g}\frac{(1+m)^3}{4k^2} \Rightarrow y_c = \left[\frac{Q^2}{g}\frac{(1+m)^3}{4k^2}\right]^{\frac{1}{2m+3}}$$

2- اثبات کنید که جریان متغیر تدریجی در یک کانال مستطیلی عریض با رابطه $\frac{dy}{dx} = S_0 \frac{1-\left(y_n/y\right)^{\frac{10}{3}}}{1-\left(y_c/y\right)^3}$ قابل بیان است.

20 نمره

جواب:

برای کانال مستطیلی عریض داریم: $R \cong y$ و $b \gg y$

رابطه جریان متغیر تدریجی : $\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1-\frac{Q^2 T}{gA^3}}$

برای جریان یکنواخت داریم: $Q = \frac{1}{n} A R^{\frac{2}{3}} {S_0}^{0.5} \Rightarrow S_0 = \frac{Q^2 n^2}{A^2 {y_0}^{\frac{4}{3}}} = \frac{q^2 n^2}{{y_0}^{\frac{10}{3}}}$

برای جریان متغیر تدریجی داریم: $Q = \frac{1}{n} A R^{\frac{2}{3}} {S_f}^{0.5} \Rightarrow S_f = \frac{Q^2 n^2}{A^2 y^{\frac{4}{3}}} = \frac{q^2 n^2}{y^{\frac{10}{3}}}$

$$\Rightarrow S_0 - S_f = S_0 \left[1 - \frac{S_f}{S_0}\right] = S_0 \left[1 - \frac{\frac{q^2 n^2}{y^{\frac{10}{3}}}}{\frac{q^2 n^2}{{y_0}^{\frac{10}{3}}}}\right] = S_0 \left[1 - \frac{{y_0}^{\frac{10}{3}}}{y^{\frac{10}{3}}}\right]$$

برای عمق بحرانی داریم : $y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{b^2 g}} \Rightarrow {y_c}^3 = \frac{Q^2}{b^2 g}$

و داریم : $\frac{Q^2 T}{gA^3} = \frac{Q^2 b}{g(by)^3} = \frac{Q^2}{b^2 g} . \frac{1}{y^3} = \frac{{y_c}^3}{y^3}$

بنابراین داریم : $\frac{dy}{dx} = S_0 \frac{1-\left(y_n/y\right)^{\frac{10}{3}}}{1-\left(y_c/y\right)^3}$

3- دبی جریان در یک کانال ذوزنقه با عرض کف 3 متر و شیب جانبی 3 (افقی) : 1 (عمودی) برابر 4/3 متر مکعب بر ثانیه است. با فرض شیب طولی 0/0008 و ضریب زبری مانینگ 0/016 :

الف) عمق نرمال در این کانال را بیابید. 15 نمره

ب) با حفظ مقدار شیب جانبی، به چه نحو می‌توان کانال باصرفه‌تری ساخت؟ (با نوشتن محاسبات و جواب مربوط) 15 نمره

جواب الف:

$$Q = \frac{1}{n} A R^{\frac{2}{3}} {S_0}^{0.5} \Rightarrow 4.3 = \frac{1}{0.016} y_0 (b + m y_0) \left[\frac{y_0 (b + m y_0)}{b + 2 y_0 \sqrt{1 + m^2}}\right]^{\frac{2}{3}} (0.0008)^{0.5}$$

با جاگذاری m=3 و b=3m و استفاده از سعی و خطا داریم:

$$y_0 = 0.738 m$$

جواب ب:

با حفظ مقدار شیب جانبی، کانال باصرفه‌تر بدین ترتیب بدست می‌آید که مقدار m و A را ثابت فرض نموده و محیط ترشده را کمینه کنیم تا مقادیر بهینه برای b و y بدست آید.

$$A_{\text{ثابت}} = 0.738\big(3 + 3(0.738)\big) = 3.848 \ , m_{\text{ثابت}} = 3$$

$$A = y(b + my) \Rightarrow \frac{A}{y} = b + my \Rightarrow b = \frac{A}{y} - my$$

$$P = b + 2y\sqrt{1 + m^2} = \frac{A}{y} - my + 2y\sqrt{1 + m^2}$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = -\frac{A}{y^2} - m + 2\sqrt{1 + m^2} \ , \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{A}{y^2} = -m + 2\sqrt{1 + m^2} = -3 + 2\sqrt{1 + 3^2}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{y^2} = 3.324 \Rightarrow y_{opt} = \sqrt{\frac{3.848}{3.324}} = 1.085 m$$

$$b_{opt} = \frac{3.848}{1.085} - 3(1.085) = 0.292 m$$

$$P_{opt} = b_{opt} + 2 y_{opt}\sqrt{1 + m^2} = 0.292 + 2(1.085)\sqrt{1 + 9} = 7.154 m$$